U.P.S. - L2 Physique . Examen terminal de Mai 2010.

CORRIGÉ

I. Question de cours :

4pts

1. les 4 équ. de Maxwell (2pts)

les conditions de passage. (1pt)

2. $\underset{W/m^3}{P} = \underset{A/m^2}{\vec{J}} \cdot \underset{V/m}{\vec{E}}$ 1pt

II.

1. Le plan Oz et M est un plan d'antisymétrie des sources de $\vec{B}_a$, donc $\vec{E}_1 \perp$ ce plan.

2. $\oint_C \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt}\int_{S/C} \vec{B}_a \cdot \vec{n} \cdot ds$

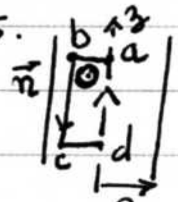
soit $E_1 \cdot 2\pi\rho = -\frac{dB_a}{dt} \cdot \pi\rho^2 = \pi\rho^2 B_0\omega \sin\omega t$

$\vec{E}_1 = \frac{1}{2}\rho\omega B_0 \sin\omega t \cdot \vec{e}_\phi$

3. $\vec{J}_1 = \gamma \vec{E}_1 = \frac{1}{2}\gamma\rho\omega B_0 \cdot \sin\omega t \cdot \vec{e}_\phi$

4. $P(t) = \vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{J_1^2}{\gamma} = \frac{\gamma}{4}\rho^2\omega^2 B_0^2 \sin^2\omega t$

$\langle P(t) \rangle_t = \frac{\gamma}{8} \cdot \rho^2 \omega^2 B_0^2$

5. 

contour abcd.

$\int_{abcd} \vec{B}_1 \cdot d\vec{r} = \iint_{S_{abcd}} dS \cdot \vec{n} \cdot \mu_0 \vec{J}_1$ où $\vec{B}_1 \,//\, \vec{e}_z$

d'où $B_1 = \underbrace{B_1(\rho=0)}_{0} - \frac{\mu_0}{4}\gamma\omega \cdot \rho^2 \cdot B_0 \left(\sin\omega t + \overbrace{\frac{\varepsilon_0\omega}{\gamma}\cos\omega t}^{(*)}\right)$

III.

1. $\underline{E}_z$ est invariant par translation selon Oz et par rotation autour de Oz.

rot $\underline{E}_z = -\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial \rho} \cdot \vec{e}_\varphi$ (seul terme non nul car $\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial \varphi} = 0$)

$= ik \cdot E(\rho) \cdot \exp\{i(\omega t - k\rho)\} - \frac{dE(\rho)}{d\rho} \cdot \exp\{i(\omega t - k\rho)\}$

2. rot $\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} = \left[i \cdot k \cdot E(\rho) - \frac{d}{d\rho}E(\rho)\right] \cdot \exp\{i(\omega t - k\rho)\}$

$\Rightarrow \underline{B}(t) = -\frac{1}{\omega}\left[k \cdot E(\rho) + i\frac{dE(\rho)}{d\rho}\right] \cdot \exp\{i(\omega t - k\rho)\}$

(*) Si on prend en compte $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t}$, ce terme est finalement négligeable dans un conducteur car $\frac{\varepsilon_0\omega}{\gamma} \ll 1$.

3. $\vec{E} = E(\rho)\cos(\omega t - k\rho).\vec{e_z}$

$$\vec{B} = \left[-\frac{k}{\omega}E(\rho)\cos(\omega t - k\rho) + \frac{1}{\omega}\frac{dE(\rho)}{d\rho}\sin(\omega t - k\rho)\right]\vec{e_\varphi}$$

4. $\vec{R} = \vec{E} \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0}\left[\frac{k}{\omega}E^2(\rho)\cos^2(\omega t - k\rho) - \frac{1}{\omega}E(\rho).\frac{dE(\rho)}{d\rho}\cos(\omega t - k\rho).\sin(\omega t - k\rho)\right]\vec{e_\rho}$

5. $\langle \vec{R} \rangle_t = \frac{1}{2\mu_0}\underbrace{\left(\frac{k}{\omega}\right)}_{\text{ou } \frac{1}{c}} . E^2(\rho)\,\vec{e_\rho}$ car $\langle \cos^2 \ldots \rangle = \frac{1}{2}$

et $\langle \cos \ldots \sin \ldots \rangle = 0$

6. $P = \int_0^1 dz \int_0^{2\pi} \rho d\varphi \langle \vec{R} \rangle_t \cdot \vec{e_\rho} = \langle \vec{R} \rangle_t \cdot 2\pi\rho.$

$$= \frac{1}{2\mu_0 c} . E^2(\rho) . 2\pi\rho = \varepsilon_0 . c . \pi . \rho\, E^2(\rho) = c^{te} = P_0$$

d'où $E(\rho) = \sqrt{\frac{P_0}{\pi \varepsilon_0 c}} . r^{-\frac{1}{2}}$

7. $\left|\frac{dE(\rho)}{d\rho}\right| \ll k . E(\rho)$ et $r \gg \lambda$.